

**PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y SU JUEGO EN LA FORMACIÓN INTEGRAL,
APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICAS PARA GRUPOS MASIVOS**
Profesora Doris Hinestroza G., Ph.D.
UNIVERSIDAD DEL VALLE
Departamento de Matemáticas

Las matemáticas han penetrado en la sociedad de manera tan sólida, generalizada y diversificada que para todos es claro la importancia de las matemáticas en el mundo moderno. La Matemática está siempre presente en la vida del ser humano, consciente o inconscientemente.

No podemos desconocer que muchos de los grandes desarrollos tecnológicos han sido posibles gracias a una buena fundamentación matemática. Los países desarrollados o en vía de desarrollo, necesitan de ciudadanos preparados que puedan responder a los desafíos que plantea el terrible fenómeno de la globalización. Un fenómeno que amenaza con arrastrarnos a la dependencia total de las llamadas grandes potencias. Las matemáticas juegan ese papel importante en nuestra cultura moderna y su aprendizaje se ha convertido en uno de los mejores indicadores del nivel de competitividad y capacitación del obrero, del trabajador y el empleado en una sociedad moderna. El uso y la aplicación de altas tecnologías requieren trabajadores capacitados en matemáticas básicas. Por lo tanto es importante que por lo menos un buen porcentaje de nuestros estudiantes tengan una fundamentación matemática similar o comparable a la obtenida por aquellos nacidos en países industrializados, sin olvidar nuestros propios valores sociales y culturales. Se hace necesario pensar en unos procesos educativos que ayuden a los estudiantes a convertirse en ciudadanos bien formados y motivados, provistos de un sentido crítico y capaz de analizar y ayudar a buscar soluciones a los problemas de la sociedad. Al respecto, El reconocido investigador francés de la didáctica de las matemáticas, Guy Brousseau, llama la atención sobre la importancia de las matemáticas en 1a vida cotidiana. Él dice:

“No se trata sólo de enseñar los rudimentos de una técnica, ni siquiera los fundamentos de una cultura científica; las matemáticas en este nivel son el primer dominio y el más importante- en que los niños pueden aprender los rudimentos de la gestión individual y social de la verdad. Aprenden en él - o deberían aprender en él- no sólo los fundamentos de la actividad cognitiva sino también las reglas sociales del debate y de la toma de decisiones pertinentes: cómo convencer respetando al interlocutor como dejarse convencer contra su deseo o intereses, como renunciar a la autoridad, a la seducción, a la retórica, a la forma para compartir lo que será una verdad común, de qué dependen el uso de otras hacen de sus conocimientos y de la manera en que tratan estos problemas de verdad... Soy de los que piensan que la educación matemática de la que acabo de hablar, es necesaria para una cultura de una sociedad que quiere ser una democracia.”

El mismo secretario de Educación dijo: “Demasiados jóvenes en los Estados Unidos no son diestros en matemáticas o ciencias naturales. Demasiados de ellos se están graduando del colegio sin las destrezas o el conocimiento para tomar un puesto en los campos de las matemáticas, ingeniería o ciencias naturales—todos estos campos son de importancia crítica para mantener el liderazgo de los Estados Unidos en el mundo. Es sumamente importante que en los Estados Unidos gradremos a más jóvenes con destrezas fuertes en matemáticas y ciencias naturales. Nuestro futuro depende de su liderazgo para desarrollar estrategias y tecnologías que nos mantendrán seguros y prósperos en generaciones venideras.”

Se debe cimentar la planeación en el ámbito regional de estrategias para la enseñanza de alta calidad y aprendizaje de las matemáticas dentro del sistema educativo actual al nivel del bachillerato y en la universidad, buscando estimular el trabajo matemático de todos los jóvenes y que adquieran una formación matemática básica adecuada que les permita enfrentar con éxito sus estudios universitarios y que los ayude a competir sin desventajas en una economía global.

Consideraremos el pensamiento matemático como aquella capacidad de un individuo que le permite comprender las relaciones que se dan en el mundo exterior y que le posibilita razonar, demostrar, argumentar, interpretar, identificar, relacionar, graficar, calcular, inferir, efectuar algoritmos y modelar en general. A través del pensamiento matemático podemos fomentar la creatividad y la imaginación. y mejorar el desarrollo del pensamiento matemático.

Nadie nace, por ejemplo, con la capacidad de razonar y demostrar, de comunicarse matemáticamente o de resolver problemas. A medida que el ser humano se desarrolla, utiliza relaciones cada vez más complejos para organizar la información que recibe del mundo externo y que contribuirá al desarrollo del pensamiento matemático; por eso es fundamental enseñar a reflexionar, a pensar con sentido y a resolver problemas, de esta manera se potenciará las habilidades y se logrará generar confianza de los estudiantes con una actitud positiva, con motivación y curiosidad para emprender la búsqueda de procesos de aprendizaje de la matemática.

Claramente, si tenemos estudiantes con un desarrollo matemático adecuado creo que se le haría más fácil adquirir nuevos conocimientos superando algún obstáculo que le presente. Pero esta situación no es la que se está dando en el mundo moderno como veremos a continuación:

En muchas instancias se discute la deficiente formación matemática de los estudiantes que ingresan a las universidades. La deficiencia puede verse, por ejemplo, en el sentido de que sí bien manejan los algoritmos operativos, en la mayoría de las veces, se muestran incapaces de resolver problemas de planteamiento y de manejar las propiedades básicas de los conceptos fundamentales. En este sentido, decimos que existe una gran distancia entre los objetivos escolares y los logros alcanzados. Los innumerables estudios realizados al respecto muestran algunas características de la enseñanza de las matemáticas del bachillerato, no sólo en nuestro medio, sino también en países desarrollados:

- Prevalece el aprendizaje memorístico y repetitivo.
- Se privilegia las técnicas algorítmicas y procedimentales sobre la conceptual.
- Se impone una matemática autoritaria y dogmática.
- El discurso matemático aparece aislado de las necesidades cotidianas y de las demandas del desarrollo científico y tecnológico del país.
- Hay formación deficiente en matemáticas de los docentes.
- Hay sobrevaloración de algunos campos específicos en la enseñanza de las matemáticas en detrimento de otros campos como la geometría, la probabilidad y la estadística.
- Hay desconocimiento de los aspectos socioculturales en los enfoques curriculares y pedagógicos en la enseñanza de las matemáticas.

- No se despierta el gusto por las matemáticas como una actividad que, por ser una construcción humana, también involucra lo ético, estético y lo lúdico.

Esto tiene sus efectos en el ámbito social, por lo menos ocasiona que las matemáticas escolares poco aporten a las demandas del desarrollo científico y tecnológico del país; ni que decir de la significación que tienen en la vida cotidiana. Por lo menos los estudios realizados en nuestro medio muestran que los estudiantes admitidos a las universidades enfrentan muchas dificultades para tener éxito en los primeros cursos de matemáticas de las carreras que requieren una sólida fundamentación matemática, tales como ingenierías, ciencias, economía, medicina, etc., repercutiendo de manera directa en los objetivos de cobertura de la Universidad. La inversión social entonces, tiende a acrecentarse debido a que:

1. Aproximadamente el 25% de los estudiantes no terminan el primer semestre.
2. Más del 60% de los estudiantes repiten los cursos básicos de matemáticas.
3. Apenas un 15% de los estudiantes están preparados para iniciar los cursos universitarios de matemáticas.
4. El tiempo de duración de las carreras se alarga por: la repetición de los cursos, las cancelaciones de los cursos, el abandono de los estudios. Las carreras duran uno, dos, tres y hasta más años del tiempo regular establecido.

Estas situaciones dejan vislumbrar la existencia de un enorme problema con los elementos básicos de matemáticas que exige la universidad y que los estudiantes no tienen. Estos hechos muestran la gran brecha que existe entre las matemáticas del bachillerato y las matemáticas de la Universidad. ¿Cómo hacer para acortar esa distancia? ¿A quién le corresponde impulsar estrategias que ataquen el problema? El sentido común nos dice que deberían realizarse movimientos en ambas direcciones que permitieran menguar esas diferencias..

Desde una perspectiva amplia, las Matemáticas del bachillerato deberían contribuir a la formación del pensamiento matemático del estudiante en general y ofrecer preparación técnica a quienes usarán más tarde las matemáticas, es decir a los ingenieros, científicos, etc. Sin embargo esta es una valoración demasiado superficial que describe el problema, pero no lo focaliza.

Es conveniente aclarar que desde hace varias décadas, la formación matemática en la secundaria es un problema que se debate en diferentes latitudes. Es un problema que trasciende nuestras fronteras. Especialmente lo concerniente al tipo de matemáticas que deberían saber los bachilleres y que tenga significado no sólo en su futuro académico sino también en su vida ciudadana. Este es un punto candente al cual debemos responder a través de investigaciones serias y profundas, que nos permitan obtener algunos indicadores necesarios.

En este aspecto es interesante referenciar un libro aparecido en la década de los 70 bajo el nombre de *La Enseñanza de las Matemáticas Modernas*¹, en el cual aparecen análisis de destacados matemáticos como Dieudonné, René Thom y epistemólogos como Piaget y Revuz, los cuales discuten sobre el tipo de enseñanza matemática que se debería impartir en a los estudiantes. Es de anotar que aunque llegan a la conclusión de que no

¹ PIAGET, J., CHOQUET, G., DIEUDONNE, J., y otros. *La Enseñanza de la matemática Moderna*. Alianza Editorial, Madrid, 1986. (primera edición en 1976).

se pueden dar respuestas del tipo universalista, se pueden identificar algunos aspectos teóricos relevantes, de los cuales debería dar tener el estudiante:

- Usar el lenguaje matemático con fluidez. Hacer problemas y ejercicios típicos.
- Criticar argumentos.
- Buscar demostraciones (exigir la demostración)
- Reconocer los conceptos matemáticos en situaciones concretas.
- Reconocer el aspecto lúdico de la matemática.

El problema de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es algo que amerita ser pensado por múltiples instancias y perspectivas. Las deficiencias en la formación matemática de un gran porcentaje de nuestros estudiantes, a todos niveles impactan y afectan a todos los pisos de la pirámide educativa colombiana.

El problema de formación matemática de los estudiantes que ingresan a las universidades es serio y se requiere que las universidades se apropien de tal situación. Este problema es uno de los desafíos más importantes de nuestra educación universitaria. La estrategia nos permitirá participar o intervenir al nivel del bachillerato y en los primeros años de fundamentación universitaria. El éxito de ella nos llevará a trabajos de formación en edades más tempranas a través del establecimiento de modelos efectivos que tomen en consideración la realidad colombiana. Así ayudaremos a crear una masa crítica estudiantil mejor preparada para la universidad y para el país.

A continuación plantearemos la discusión sobre el problema de la deficiencia matemática mediante el siguiente Modelo matemático:

Consideremos:

X : es la población estudiantes del bachillerato o los estudiantes universitarios que toman los cursos básicos de matemáticas (Entrada)

M : representa el modelo matemático de la educación universitaria. (Modelo)

Y : representa los estudiantes egresados ideales que se desean (Salida)

Definamos nuestra ecuación ideal como

$$MX = Y$$

A partir de este modelo surgen varias preguntas:

1. ¿qué sucede si nuestro modelo M no es bueno pero nuestros estudiantes X tienen la formación adecuada?
2. ¿qué sucede si nuestros estudiantes X no tienen la formación adecuada pero nuestro modelo es excelente?
3. ¿Qué Sucede Si Nuestro Modelo M no es adecuado y Nuestros Estudiantes X no Tienen La Formación Adecuada?

Dada la actual educación en general en los distintos países del mundo, podemos afirmar que muchos de los estudiantes que pasan por el modelo no tendrían éxito en sus distintas carreras. Es aquí donde debemos definir las estrategias. Si los estudiantes no están preparados para primeros cursos universitarios y el modelo M está bien concebido se tiene que hacer algo con los estudiantes X . Este paso de trabajar con los estudiantes, con los profesores y con los padres de familia que entran al modelo es lo que llamaríamos la estrategia que podemos representar por E , que aplicado a los estudiantes nos daría un nuevo conjunto que llamaríamos EX y así tendríamos un grupo de egresados muy aproximados al estilo de estudiantes que suponemos tienen la formación adecuada y por lo tanto tenemos que

$$M(EX) = Y_a,$$

Donde deseamos que $Y - Y_a$ sea cercano a cero.

En lo que sigue explicaremos como se ha desarrollado la estrategia del aprendizaje cooperativo.

Se hace un estudio del contenido de los cursos a dictar y como mejorar el modelo pedagógico para asegurar los estudiantes con un nivel de formación matemática aprovechen los cursos y superen las deficiencias.

El modelo cooperativo está basado en reconocer:

1. Los distintos niveles de formación matemática que tienen los estudiantes que ingresan a la universidad.
2. Buscar una forma de interacción estudiante-profesor para que los estudiantes participen más activamente en su propio proceso de formación. Para ello, el modelo de la clase expositiva tradicional cambia a un método donde la clase expositiva sea solo una parte se acorta para dar cabida a un trabajo a controles de lecturas, guía de estudio, talleres, evaluación de tareas, exámenes cortos y examen final.

Este modelo ayudara al estudiante a utilizar mejor su tiempo y tener mas autonomía y responsabilidad en su aprendizaje.

Claramente el profesor tendrá mas trabajo en el seguimiento del estudiante, pero esta mayor responsabilidad se vera retribuida por el mayor éxito de los alumnos; la eliminación de un porcentaje alto de deserción escolar y de cursos para repitentes, compensará económicamente los mayores costos de esta estrategia.

Para la estrategia se tiene:

1. Inducción del grupo de asistentes y monitores por parte del profesor. Asistencia del asistente a los cursos que dicta el profesor
2. Preparación de la guía o actividad para cada estudiante.
3. Interacción estudiante-estudiante y entre estudiante-profesor mediante el trabajo cooperativo. Formación de grupos de tres a cinco que trabajan en las actividades y en cada taller.

4. Participación de los estudiantes en los proyectos que se presentarán durante el semestre que dura el curso y que se realizarán en grupo. Los proyectos buscan formar a los estudiantes en las competencias argumentativas, interpretativas y propositivas. (se anexan los proyectos que actualmente realizan los estudiantes).
5. Formación del estudiante en el trabajo independiente mediante tareas, que se elaboran en grupo, exámenes cortos que se devolverán al estudiante oportunamente con sus respectivas correcciones y soluciones.
6. Utilización por parte del estudiante de la página web, donde ellos encontrarán las notas de la clase del profesor, los proyectos, exámenes anteriores y solucionarlos. Ver pág.: www.univalle.edu.co/~dohin.

A continuación precisaremos la Estrategia del Aprendizaje cooperativo la cual la estamos utilizando en los grupos de semilleros del Departamento de Matemáticas.

A continuación presentamos la estrategia del Aprendizaje Cooperativo para un curso masivo de Cálculo.

PROPUESTA ESTRATEGICA DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO DEL CÁLCULO

Objetivo de la estrategia

Reducir las tasas de deserción y las tasas de repitencia en los cursos de Cálculo. Realizar un trabajo centrado totalmente en el estudiante. Además establecer un puente efectivo entre la universidad y el bachillerato.

Objetivos específicos

1. Motivar el trabajo matemáticos en los estudiantes.
2. Crear más confianza y seguridad entre los estudiantes.
3. Buscar una mejor interacción estudiante-profesor, estudiante-estudiante, mediante el trabajo cooperativo, lo cual se consigue con la formación de grupos estudiantes que trabajan en las actividades propuestas buscando el éxito de cada uno de los integrantes del grupo.
4. Cambiar el modelo tradicional a un método donde la clase expositiva se acorta para dar cabida a un trabajo de controles de lecturas, guías de estudio, talleres, evaluación permanente de tareas y exámenes.
5. Ayudar a los estudiantes a utilizar mejor su tiempo, a tener mas autonomía y responsabilidad en su aprendizaje
6. Propiciar acciones que conlleven a un mayor gusto o menor disgusto de los estudiantes hacia las matemáticas
7. Incentivar la formación matemática de los estudiantes que implique un mejor desempeño en su profesión o en sus estudios de posgrado.

Para llevar a cabo la estrategia se siguen los siguientes pasos:

1. Al profesor se le asignan unos asistentes y monitores dependiendo del tamaño del curso. Se realiza una inducción al grupo, previa la iniciación del semestre donde se les explica la metodología, los objetivos, la parcelación del curso, las notas de clase, las tareas y proyectos que se asignarán.

2. El primer día de clase se le explica a los estudiantes la metodología y se hace entrega de la parcelación, del programa y de la dirección electrónica donde estarán colocados todos los materiales del curso, incluyendo los proyectos.
3. Cada capítulo, además del libro guía, tendrá las notas de clase del profesor con anterioridad al inicio de cada tema.
4. Los asistentes estarán en las clases magistrales que dicta el profesor.
5. Las horas de taller se realizan en la clase y en las horas por fuera de clase previamente acordadas, siempre trabajando en grupo en las actividades que se les entrega a los estudiantes semanalmente. Se asignan tiempos de trabajo para cada actividad y luego se hace un proceso de revisión. Cada grupo cuenta con un líder responsable, quien es el encargado de coordinar el trabajo de su grupo.
6. Se hace un seguimiento a los estudiantes mediante exámenes cortos, actividades y talleres que se revisan y se entregan oportunamente. A los estudiantes que tienen más dificultades se les trata de hacer un seguimiento más cercano.

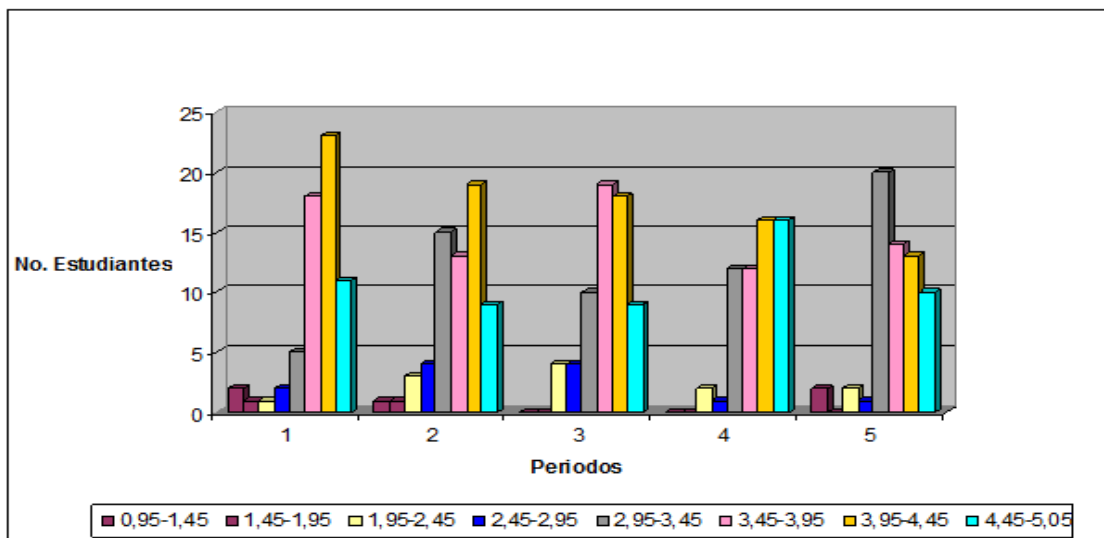
Conclusiones

Esta metodología se ha aplicado varios años obteniendo que

1. Los estudiantes han sido muy receptivos por esta metodología y han mostrado gusto por los cursos de matemáticas.
2. Esta metodología ha motivado al estudiante a realizar un trabajo más independiente.
3. Esta metodología ha mostrado influir en la reducción de las tasa de mortalidad estudiantil. (Ver cuadro).

Esta estrategia se ha aplicado a grupos de aproximadamente 60 estudiantes

	<i>Column1</i>	<i>Column2</i>	<i>Column3</i>	<i>Column4</i>	<i>Column5</i>
Mean	3,831746032	3,670769231	3,7421875	3,938983051	3,648387097
Median	4	3,7	3,8	4,1	3,65
Mode	4	4	4	3,3	3,2
Standard Deviation	0,74743117	0,796029812	0,684941125	0,674413398	0,795425844
Sample Variance	0,558653354	0,633663462	0,469144345	0,454833431	0,632702274
Count	63	65	64	59	62
0,95-1,45	2	1	0	0	2
1,45-1,95	1	1	0	0	0
1,95-2,45	1	3	4	2	2
2,45-2,95	2	4	4	1	1
2,95-3,45	5	15	10	12	20
3,45-3,95	18	13	19	12	14
3,95-4,45	23	19	18	16	13
4,45-5,05	11	9	9	16	10
% estudiantes que pasan el curso	90%	85%	88%	95%	92%



BIBLIOGRAFIA

ALVAREZ, J., MARMOLEJO M. Sobre el bajo aprovechamiento estudiantil en los primeros cursos universitarios. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*. Vol. I, No.2, 1990.

BROUSSEAU, G. ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? En: *Enseñanza de las Ciencias*, 1991, 9 (1), 10-12.

GOLDSTEIN, C., GRAY, J y RITTER, J. (1996). *L'Europe Mathématique. Histoires, mythes, identités*. Editions de la maison des sciences de l'homme, París.

HINESTROZA, D., VALDEZ G. Análisis de la enseñanza de los cursos de matemáticas en Las escuelas de ingeniería. *La enseñanza de las ciencias básicas en ingeniería*. ACOFI. 1997.

HINESTROZA, D. *Cooperative Learning Calculus*. University of Cincinnati. 1992.

Informe de la UNESCO de la comisión internacional sobre la educación para el siglo XXI, presidida por Jacques Delors, 1996.

Misión Ciencia, Educación y Desarrollo. (1994). Colombia: al filo de la oportunidad. En: *Política y gestión universitaria*. No. 17, Universidad del Valle, Santiago de Cali.

PIAGET, J., CHOQUET, G., DIEUDONNE, J., y otros. *La Enseñanza de la matemática Moderna*. Alianza Editorial, Madrid, 1986.